

Wymagania edukacyjne dla klasy II technikum z matematyki (zakres rozszerzony) na rok szkolny 2018/2019

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
1. WIELOMIANY				22
1. Stopień i współczynniki wielomianu	<ul style="list-style-type: none"> – definicja jednomianu, dwumianu, wielomianu – pojęcie stopnia jednomianu i stopnia wielomianu – pojęcie współczynników wielomianu i wyrazu wolnego – pojęcie wielomianu zerowego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozróżnia wielomian, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników – zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach – zapisuje wielomian w sposób uporządkowany – oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu – sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu – wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki 	<p>K</p> <p>K</p> <p>K</p> <p>K–P</p> <p>P</p> <p>P–R</p>	1
2. Dodawanie i odejmowanie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> – dodawanie wielomianów – odejmowanie wielomianów – stopień sumy i różnicy wielomianów 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza sumę wielomianów – wyznacza różnicę wielomianów – określa stopień sumy i różnicy wielomianów – szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego 	<p>K</p> <p>K</p> <p>K–P</p> <p>P</p>	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Mnożenie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> – mnożenie wielomianów – stopień iloczynu wielomianów – porównywanie wielomianów – wielomian dwóch (trzech) zmiennych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia – wyznacza iloczyn danych wielomianów – podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów – oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów – stosuje wielomian do opisanego pola powierzchni prostopadłościanu i określa jego dziedzinę – porównuje wielomiany dane w postaci iloczynu innych wielomianów – stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów 	K K–R P P R R D	1
4. Rozkład wielomianu na czynniki (1)	<ul style="list-style-type: none"> – rozkład wielomianu na czynniki: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki – zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: kwadratu sumy i różnicy oraz wzoru na różnicę kwadratów – twierdzenie o rozkładzie wielomianu na czynniki 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyłącza wskazany czynnik przed nawias – stosuje wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do rozkładu wielomianu na czynniki – zapisuje wielomian w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia – stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów 	K K P–R R–D	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
5. Rozkład wielomianu na czynniki (2)	<ul style="list-style-type: none"> – zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: sumy i różnicy sześcianów – metoda grupowania wyrazów 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do rozkładu wielomianów na czynniki – stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów do rozkładu wielomianu na czynniki – rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie 	K–P P–R D	1
6. Równania wielomianowe	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcie pierwiastka wielomianu – równanie wielomianowe 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania wielomianowe – wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej – podaje przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastki 	K–D K–D K–D	2
7. Dzielenie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> – algorytm dzielenia wielomianów – podzielność wielomianów – twierdzenie o rozkładzie wielomianu 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – dzieli wielomian przez dwumian $x - a$ – zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$ – sprawdza poprawność wykonanego dzielenia – dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r(x)$ 	K K K–P P–R	2
8. Równość wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> – wielomiany równe 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza wartości parametrów tak, aby wielomiany były równe 	K–R	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
9. Twierdzenie Bézouta	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o reszcie – twierdzenie Bézouta – dzielenie wielomianu przez wielomian stopnia drugiego 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia – wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$ – sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki – wyznacza wartość parametru tak, aby wielomian był podzielny przez dany dwumian – sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia – wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki – przeprowadza dowód twierdzenia Bézouta 	K K K–P P P–D R–D W	2
10. Pierwiastki całkowite i pierwiastki wymierne wielomianu	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu – twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu – określa, które liczby mogą być pierwiastkami wymiernymi wielomianu – rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu – stosuje twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w zadaniach różnych typów – przeprowadza dowody twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu 	K K P–D R–D W	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
11. Pierwiastki wielokrotne	<ul style="list-style-type: none"> – definicja pierwiastka k-krotnego – twierdzenie o liczbie pierwiastków wielomianu stopnia n 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej – bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność, znając stopień wielomianu i jego pierwiastek – rozwiązuje równanie wielomianowe, mając dany jego jeden pierwiastek i znając jego krotność – podaje przykłady wielomianów, znając ich stopień oraz pierwiastki i ich krotność – rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych 	K K–P K–P P P–D	2
12. Wykres wielomianu	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcie wykresu wielomianu (wykres wielomianu stopnia pierwszego, wykres wielomianu stopnia drugiego – powtórzenie) – znak wielomianu w przedziale $(a; \infty)$ – zmiana znaku wielomianu 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykresy wielomianów stopnia pierwszego i drugiego – szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową – dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu – podaje wzór wielomianu, mając dany współczynnik przy najwyższej potędze oraz szkic wykresu – szkicuje wykres danego wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki 	K K–P K–P P–D P–D	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
13. Nierówności wielomianowe	<ul style="list-style-type: none"> – wartości dodatnie i ujemne funkcji – nierówności wielomianowe – siatka znaków wielomianu 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu – rozwiązuje nierówności wielomianowe, wykorzystując postać iloczynową wielomianu (dowolną metodą: szkicując wykres lub tworząc siatkę znaków) – rozwiązuje nierówność wielomianową, gdy dany jest wzór ogólny wielomianu – stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka – wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi – stosuje nierówności wielomianowe w zadaniach z parametrem 	K K–P P–D P–D P–D R–D	2
14. Wielomiany – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> – zastosowanie wielomianów do rozwiązywania zadań tekstowych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę – rozwiązuje zadania tekstowe 	P P–D	1
15. Powtórzenie wiadomości 16. Praca klasowa i jej omówienie				3

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
2. FUNKCJE WYMIERNE				23
1. Proporcjonalność odwrotna	<ul style="list-style-type: none"> – określenie proporcjonalności odwrotnej – wielkości odwrotnie proporcjonalne – współczynnik proporcjonalności 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza współczynnik proporcjonalności – wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne – podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu – rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną 	K K–P K–P P–R	1
2. Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$	<ul style="list-style-type: none"> – hiperbola – wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ – asymptoty poziome i pionowe wykresu funkcji – własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) – wyznacza asymptoty wykresu powyższej funkcji – szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, w podanym zbiorze – wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki 	K K P–R R	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ o wektor	<ul style="list-style-type: none"> - przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ o wektor $[p, q]$ - osie symetrii hiperboli - środek symetrii hiperboli 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ o dany wektor, podaje wzór i określa własności otrzymanej funkcji - wyznacza dziedzinę i podaje równania asymptot wykresu funkcji określonej wzorem $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$ - podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $y = f(x)$, aby otrzymać wykres funkcji $g(x) = \frac{a}{x-p} + q$ - wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki - wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem - rozwiązuje zadania, stosując własności hiperboli 	K K K-R P-D P-D R-W	2
4. Funkcja homograficzna	<ul style="list-style-type: none"> - określenie funkcji homograficznej - wykres funkcji homograficznej - postać kanoniczna funkcji homograficznej - asymptoty wykresu funkcji homograficznej 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej - szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności - wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej - rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej 	P-R P-R P-R R-W	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
5. Przekształcenia wykresu funkcji	– metody szkicowania wykresu funkcji $y = f(x) $ i $y = f(x)$	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykres funkcji $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje jej własności – szkicuje wykres funkcji $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje jej własności – szkicuje wykres funkcji $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje jej własności 	P–D R–D R–D	1
6. Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych	– mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych – dziedzina iloczynu i ilorazu wyrażeń wymiernych	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza dziedzinę iloczynu oraz ilorazu wyrażeń wymiernych – mnoży wyrażenia wymierne – dzieli wyrażenia wymierne 	K–R K–R K–R	2
7. Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych	– dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych – dziedzina sumy i różnicy wyrażeń wymiernych	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza dziedzinę sumy i różnicy wyrażeń wymiernych – dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne – przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych 	K K–R P–R	2
8. Równania wymierne	– równania wymierne	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania wymierne i podaje odpowiednie założenia – stosuje równania wymierne w zadaniach różnych typów 	K–R P–R	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
9. Nierówności wymierne	<ul style="list-style-type: none"> – znak ilorazu a znak iloczynu – nierówności wymierne 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – odczytuje z danego wykresu zbiór rozwiązań nierówności wymiernej – rozwiązuje nierówności wymierne i podaje odpowiednie założenia – stosuje nierówności wymierne do porównywania wartości funkcji homograficznych – rozwiązuje graficznie nierówności wymierne – rozwiązuje układy nierówności wymiernych 	K K–R P–R P–R P–D	2
10. Funkcje wymierne	<ul style="list-style-type: none"> – funkcja wymierna – dziedzina funkcji wymiernej – równość funkcji 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – określa dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem – podaje wzór funkcji wymiernej spełniającej określone warunki – rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej 	K–P P–R R–D	1
11. Równania i nierówności z wartością bezwzględną	<ul style="list-style-type: none"> – równania i nierówności z wartością bezwzględną 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych – zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających zadane warunki 	P–D R–D	2
12. Wyrażenia wymierne – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> – zastosowanie wyrażeń wymiernych do rozwiązywania zadań tekstowych – zastosowanie zależności $t = \frac{s}{v}$ 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych – wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących szybkości 	K–D P–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
13. Powtórzenie wiadomości 14. Praca klasowa i jej omówienie				3
3. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE				29
1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	<ul style="list-style-type: none"> – kąt w układzie współrzędnych – funkcje trygonometryczne dowolnego kąta – znaki funkcji trygonometrycznych – wartości funkcji trygonometrycznych niektórych kątów 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – zaznacza kąt w układzie współrzędnych – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu – określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta – określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225° – wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań 	K K K K-P P P-D	1
2. Kąt obrotu	<ul style="list-style-type: none"> – dodatni i ujemny kierunek obrotu – wartości funkcji trygonometrycznych kąta $k \cdot 360^\circ + \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{C}$, $\alpha \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – zaznacza w układzie współrzędnych kąt o danej mierze – wyznacza kąt, mając dany punkt należący do jego końcowego ramienia – bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów, mając daną ich miarę stopniową – wyznacza kąt, mając daną wartość jego jednej funkcji trygonometrycznej 	K K-P P-R P-R P-R	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Miara łukowa kąta	<ul style="list-style-type: none"> – miara łukowa kąta – zamiana miary stopniowej kąta na miarę łukową i odwrotnie 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów, mając daną ich miarę łukową 	K P–R	1
4. Funkcje okresowe	<ul style="list-style-type: none"> – funkcja okresowa – okres podstawowy funkcji trygonometrycznych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu – szkicuje wykres funkcji okresowej – stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości 	K P–R P–R	1
5. Wykresy funkcji sinus i cosinus	<ul style="list-style-type: none"> – wykresy funkcji sinus i cosinus – środki symetrii wykresu funkcji sinus – osie symetrii wykresu funkcji sinus – osie symetrii wykresu funkcji cosinus – parzystość funkcji 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale – określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale – wykorzystuje własności funkcji sinus i cosinus do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta – rozwiązuje równania typu $\sin x = a$ i $\cos x = a$ – sprawdza parzystość funkcji 	K P P–R P–D D–W	2
6. Wykresy funkcji tangens i cotangens	<ul style="list-style-type: none"> – wykresy funkcji tangens i cotangens – środki symetrii wykresów funkcji tangens i cotangens 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykresy funkcji tangens i cotangens w danym przedziale – wykorzystuje własności funkcji tangens i cotangens do obliczenia wartości tych funkcji dla danego kąta – rozwiązuje równania typu $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$ 	K P–R P–R	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
7. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor	– metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = f(x - p) + r$	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych $y = f(x - p) + r$ i określa ich własności – szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych – szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji 	K–P K–P P–D	1
8. Przekształcenia wykresu funkcji (1)	– metoda szkicowania wykresu funkcji $y = af(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności – szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności 	P–R P–D	2
9. Przekształcenia wykresu funkcji (2)	– metoda szkicowania wykresu funkcji $y = f(ax)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności – szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności 	P–R P–D	2
10. Przekształcenia wykresu funkcji (3)	– metoda szkicowania wykresów funkcji $y = f(x) $ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności – szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności – stosuje wykresy funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania równań 	P–R P–D P–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
11. Tożsamości trygonometryczne	<ul style="list-style-type: none"> – podstawowe tożsamości trygonometryczne – metoda uzasadniania tożsamości trygonometrycznych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje tożsamości trygonometryczne w prostych sytuacjach – dowodzi tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia – oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich 	K P–R P–R	2
12. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów	<ul style="list-style-type: none"> – funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego – stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych 	K–P P–D R–D	2
13. Wzory redukcyjne	<ul style="list-style-type: none"> – wzory redukcyjne 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$, gdzie $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $\alpha \in (0; 90^\circ)$ – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych 	K P R–D	2
14. Równania trygonometryczne	<ul style="list-style-type: none"> – metody rozwiązywania równań trygonometrycznych – wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania trygonometryczne – stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów 	K–D	3

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
15. Nierówności trygonometryczne	– metody rozwiązywania nierówności trygonometrycznych	Uczeń: – rozwiązuje nierówności trygonometryczne	K–D	2
16. Powtórzenie wiadomości 17. Praca klasowa i jej omówienie				3
4. CIĄGI				27
1. Pojęcie ciągu	– pojęcie ciągu – wykres ciągu – wyraz ciągu	Uczeń: – wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów – szkicuje wykres ciągu	K–P K–P	1
2. Sposoby określania ciągu	– sposoby określania ciągu	Uczeń: – wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów – wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym – wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość – wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	K–P K–P P R–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Ciągi monotoniczne (1)	– definicja ciągu rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki – uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy – wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym – bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji – wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym – dowodzi monotoniczności ciągów określonych wzorami postaci: $b_n = ca_n + d$ oraz $b_n = a_n^2$, gdzie (a_n) jest ciągiem monotonicznym, zaś $c, d \in \mathbf{R}$ 	K–P K–P K–P P–R P–D R–W	1
4. Ciągi określone rekurencyjnie	– określenie rekurencyjne ciągu	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie – wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu 	K–P P–R R–D	1
5. Ciągi monotoniczne (2)	– suma, różnica, iloczyn i iloraz ciągów	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza wzór ogólny ciągu, będący wynikiem wykonania działań na danych ciągach – bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu 	K–R P–D R–W	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
6. Ciąg arytmetyczny (1)	<ul style="list-style-type: none"> – określenie ciągu arytmetycznego i jego różnicy – wzór ogólny ciągu arytmetycznego – monotoniczność ciągu arytmetycznego – pojęcie średniej arytmetycznej 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – podaje przykłady ciągów arytmetycznych – wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę – wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy – stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego – określa monotoniczność ciągu arytmetycznego 	K K–P P P–R P–R	1
7. Ciąg arytmetyczny (2)	<ul style="list-style-type: none"> – stosowanie własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym – wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny – stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań 	P–R P–D P–D	1
8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	<ul style="list-style-type: none"> – wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych – rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego 	K–P P–R R–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
9. Ciąg geometryczny (1)	<ul style="list-style-type: none"> – określenie ciągu geometrycznego i jego ilorazu – wzór ogólny ciągu geometrycznego 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – podaje przykłady ciągów geometrycznych – wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz – wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy – sprawdza, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym 	K K–P P P–R	1
10. Ciąg geometryczny (2)	<ul style="list-style-type: none"> – monotoniczność ciągu geometrycznego – pojęcie średniej geometrycznej 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – określa monotoniczność ciągu geometrycznego – stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań – wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny 	P–R P–D P–D	1
11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	<ul style="list-style-type: none"> – wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego – stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach 	K–P P–R	2
12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania	<ul style="list-style-type: none"> – własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego do rozwiązywania zadań 	P–D	2
13. Procent składany	<ul style="list-style-type: none"> – procent składany – kapitalizacja, okres kapitalizacji – stopa procentowa: nominalna i efektywna 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji – oblicza oprocentowanie lokaty – określa okres oszczędzania – rozwiązuje zadania związane z kredytami 	K–P P–R P–R P–R	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
14. Granica ciągu	<ul style="list-style-type: none"> – określenie granicy ciągu – pojęcia: ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, prawie wszystkie wyrazy ciągu, ciąg stały – twierdzenia o granicy ciągu $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$ oraz ciągu $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę – bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość – podaje granicę ciągu $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$ oraz ciągu $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ 	K–P P–R K	1
15. Granica niewłaściwa	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcia: ciąg rozbieżny, granica niewłaściwa – określenie ciągu rozbieżnego do ∞ oraz ciągu rozbieżnego do $-\infty$ – twierdzenia o rozbieżności ciągu $a_n = q^n$, gdy $q > 1$ oraz ciągu $a_n = n^k$, gdy $k > 0$ 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy – bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby – wie, że ciągi $a_n = q^n$, gdy $q > 1$ oraz ciągi $a_n = n^k$, gdy $k > 0$ są rozbieżne do ∞ 	K–P P–R K	1
16. Obliczanie granic ciągów (1)	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych 	P–D	1
17. Obliczanie granic ciągów (2)	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o własnościach granic ciągów rozbieżnych – symbole nieoznaczone – twierdzenie o trzech ciągach 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych – oblicza granice ciągu, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach 	P–D W	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
18. Szereg geometryczny	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcia: szereg geometryczny, suma szeregu geometrycznego – wzór na sumę szeregu geometrycznego o ilorazie $q \in (-1; 1)$ – warunek zbieżności szeregu geometrycznego 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny – oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego – stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym 	K–P P–D P–D	2
19. Powtórzenie wiadomości 20. Praca klasowa i jej omówienie				3
5. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY				29
1. Granica funkcji w punkcie	<ul style="list-style-type: none"> – intuicyjne pojęcie granicy – określenie granicy funkcji w punkcie 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu – uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie 	K–R P–R	1
2. Obliczanie granic	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji w punkcie – twierdzenie o granicy funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie – twierdzenie o granicach funkcji sinus i cosinus w punkcie 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie – oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie – oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie 	K–R P–D P–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Granice jednostronne	<ul style="list-style-type: none"> – określenie granic: prawostronnej, lewostronnej funkcji w punkcie – twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie 	K–D P–D	1
4. Granice niewłaściwe	<ul style="list-style-type: none"> – określenie granicy niewłaściwej funkcji w punkcie – określenie granicy niewłaściwej jednostronnej funkcji w punkcie – twierdzenie o wartościach granic niewłaściwych funkcji wymiernych w punkcie – pojęcie asymptoty pionowej wykresu funkcji 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – oblicz granice niewłaściwe funkcji w punkcie – wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji 	P–D P–D P–D	1
5. Granice funkcji w nieskończoności	<ul style="list-style-type: none"> – określenie granicy funkcji w nieskończoności – twierdzenie o własnościach granicy funkcji w nieskończoności – pojęcie asymptoty poziomej wykresu funkcji 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – oblicza granice funkcji w nieskończoności – wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji 	K–D K–D	1
6. Ciągłość funkcji	<ul style="list-style-type: none"> – określenie ciągłości funkcji – twierdzenie o ciągłości sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych w punkcie 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza ciągłość funkcji w punkcie – sprawdza ciągłość funkcji – wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze 	K–R P–D R–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
7. Własności funkcji ciągłych	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich – twierdzenie Weierstrassa 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania – stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym 	P–D P–D	1
8. Pochodna funkcji	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcia: iloraz różnicowy, styczna, sieczna – określenie pochodnej funkcji w punkcie – interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie – stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie – oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią OX – uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie 	K–R P–D P–D R–D	2
9. Funkcja pochodna	<ul style="list-style-type: none"> – określenie funkcji pochodnej dla danej funkcji – wzory na pochodne funkcji $y = x^n$ oraz $y = \sqrt{x}$ 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – korzysta ze wzorów do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie – wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki – na podstawie definicji wyprowadza wzory na pochodne funkcji 	K–R P–D R–W	2
10. Działania na pochodnych	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji – pochodne funkcji trygonometrycznych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania wartości pochodnej w punkcie oraz do wyznaczania funkcji pochodnej – stosuje wzory na pochodne do rozwiązywania zadań dotyczących stycznej do wykresu funkcji – wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji 	K–D P–D D–W	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
11. Interpretacja fizyczna pochodnej	– interpretacja fizyczna pochodnej	Uczeń: – stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał	K–R	1
12. Funkcje rosnące i malejące	– twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej	Uczeń: – korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji – uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze – wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna	K–R P–R P–D	1
13. Ekstrema funkcji	– pojęcia: minimum lokalne, maksimum lokalne – warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum	Uczeń: – podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu – wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający jego istnienia – wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie – uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum	K–P K–R P–R P–D	2
14. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji	– wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym	Uczeń: – wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym – stosuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji do rozwiązywania zadań	K–R P–D	1
15. Zagadnienia optymalizacyjne	– zagadnienia optymalizacyjne	Uczeń: – stosuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych	P–D	2
16. Szkicowanie wykresu funkcji	– schemat badania własności funkcji	Uczeń: – zna schemat badania własności funkcji – bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli – szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności	K K–D K–D	3

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
17. Powtórzenie wiadomości 18. Praca klasowa i jej omówienie				4
6. PLANIMETRIA				16
1. Długość okręgu i pole koła	<ul style="list-style-type: none"> – wzory na długość okręgu i długość łuku okręgu – wzory na pole koła i pole wycinka koła 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – podaje wzory na długość okręgu i długość łuku okręgu oraz wzory na pole koła i pole wycinka koła – stosuje poznane wzory do obliczania pól i obwodów figur 	K P–D	1
2. Kąty w okręgu	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcie kąta środkowego – pojęcie kąta wpisanego – twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku – twierdzenie o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku – twierdzenie o kącie wpisanym, opartym na półokręgu – twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu – wielokąt wpisany w okrąg 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte – stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu – rozwiązuje zadania dotyczące wielokąta wpisanego w okrąg – formułuje i dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu 	K K–R P–D D–W	1
3. Okrąg opisany na trójkącie	<ul style="list-style-type: none"> – okrąg opisany na trójkącie – wielokąt opisany na okręgu 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie – stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej 	K–D R–D	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
4. Okrąg wpisany w trójkąt	<ul style="list-style-type: none"> okrąg wpisany w trójkąt wzór na pole trójkąta $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$, gdzie a, b, c są długościami boków tego trójkąta, a r – długością promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt przekształca wzory na pole trójkąta i udowadnia je 	K–P K–D D–W	1
5. Czworokąty wypukłe	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie figury wypukłej rodzaje czworokątów 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> określa własności czworokątów stosuje własności czworokątów wypukłych do rozwiązywania zadań z planimetrii 	K K–D	1
6. Okrąg opisany na czworokącie	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań 	K–P P–D	2
7. Okrąg wpisany w czworokąt	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt 	K–P P–D W	2
8. Twierdzenie sinusów	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenie sinusów 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zdań o kontekście praktycznym przeprowadza dowód twierdzenia sinusów 	K–D P–D W	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
9. Twierdzenie cosinusów	– twierdzenie cosinusów	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zdań o kontekście praktycznym – przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów 	K–D P–D W	2
10. Powtórzenie wiadomości 11. Praca klasowa i jej omówienie				3
Godziny do dyspozycji nauczyciela				4
			Razem	150